

Autoreferat

1 Imię i Nazwisko: Agnieszka Lisowska

Instytut Informatyki, Uniwersytet Śląski,
ul. Będzińska 39, 41-200 Sosnowiec

2 Posiadane dyplomy

- 2001 — Tytuł magistra matematyki, specjalność informatyczna; dyplom ukończenia wyższych studiów magisterskich; Uniwersytet Śląski, Wydział Matematyki, Fizyki i Chemii, kierunek Matematyka; praca magisterska pt. „Logarytmy dyskretne w ciałach $GF(2^n)$ ” napisana pod kierunkiem dr hab. Mieczysława Kuli.
- 2006 — Stopień doktora nauk technicznych w zakresie informatyki; dyplom ukończenia studiów doktoranckich; Uniwersytet Śląski, Wydział Informatyki i Nauki o Materiałach; rozprawa doktorska pt. „Falki geometryczne i ich uogólnienia w kodowaniu i przetwarzaniu obrazów cyfrowych” napisana pod kierunkiem prof. dr hab. inż. Wiesława Kotarskiego; rozprawa uzyskała wyróżnienie.

3 Zatrudnienie w jednostkach naukowych

- 01.10.2006 - teraz — adiunkt: Instytut Informatyki, Wydział Informatyki i Nauki o Materiałach, Uniwersytet Śląski, Katowice
- 01.10.2006 - 30.09.2014 — adiunkt: Górnośląska Wyższa Szkoła Handlowa, Katowice
- 01.03.2006 - 30.09.2006 — wykładowca: Wyższa Szkoła Technologii Informatycznych, Katowice
- 01.03.2006 - 30.09.2006 — profesor: Wyższa Szkoła Informatyki, Chorzów
- 01.10.2004 - 30.06.2006 — asystent: Instytut Informatyki, Wydział Informatyki i Nauki o Materiałach, Uniwersytet Śląski, Katowice

4 Podstawowe osiągnięcia

Jako podstawowe osiągnięcia naukowe przedstawiam cykl 7 publikacji monotematycznych pt. „Geometryczne wielorozdzielcze transformaty adaptacyjne — teoria i zastosowania w przetwarzaniu obrazów”, na które składają się: monografia [M], która ukazała się w 2014 roku nakładem wydawnictwa Springer, 3 wysokopunktowane artykuły [A] z listy JCR oraz 3 artykuły [B] z innych czasopism oraz materiałów konferencyjnych sygnowanych przez wydawnictwo Springer:

- [M] Lisowska A., *Geometrical Multiresolution Adaptive Transforms. Theory and Applications*, Springer, Heidelberg, 2014.
- [A1] Lisowska A., „Moments–Based Fast Wedgelet Transform”, *Journal on Mathematical Imaging and Vision*, Springer, Vol. 39, No. 2, pp. 180-192, 2011.
- [A2] Lisowska A., „Smoothlets — Multiscale Functions for Adaptive Representations of Images”, *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 20, No. 7, pp. 1777-1787, 2011.
- [A3] Lisowska A., „Smoothlet Transform: Theory and Applications”, *Advances in Imaging and Electron Physics*, Elsevier, Vol. 178, pp. 97-145, 2013.
- [B1] Lisowska A., Kaczmarzyk T., „JCURVE — Multiscale Curve Coding via Second Order Beamlets”, *Machine Graphics & Vision*, Vol. 19, No. 3, pp. 265-281, 2010.
Moim wkładem do artykułu było zaproponowanie algorytmu kompresji, redakcja tekstu oraz nadzorowanie pracy nad tworzeniem oprogramowania i wykonania eksperymentów przez Współautora. Mój całkowity udział szacuję na 55%.
- [B2] Lisowska A., „Edge Detection by Sliding Wedgelets”, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Heidelberg, Vol. 6753, Part 1, pp. 50-57, 2011.
- [B3] Lisowska A., „Multiwedgelets in Image Denoising”, *Lecture Notes in Electrical Engineering*, Springer, Dordrecht, Vol. 240, pp. 3-11, 2013.

4.1 Wprowadzenie

W dzisiejszych czasach problem efektywnej reprezentacji obrazów cyfrowych stał się bardzo istotny. Trudno bowiem wyobrazić sobie współczesny świat bez cyfrowych zdjęć z wakacji, zaawansowanych technik obrazowania wykorzystywanych w medycynie czy automatycznych systemów teledetekcji, stosowanych np. w przemyśle czy wojskowości. Współcześnie tworzy się tzw. rzadkie reprezentacje obrazów (ang. sparse representations). Reprezentacje te bazują na wszelkiego rodzaju uogólnieniach klasycznej teorii falek. Dowodzi się, że takie metody zapewniają reprezentacje, które są efektywne, to znaczy pozwalają aproksymować obrazy za pomocą niewielkiej liczby istotnych współczynników. Efektywne reprezentacje wykorzystywane są następnie do przetwarzania obrazów: kompresji, odsumiania, wykrywania krawędzi i innych.

Do końca lat 90-tych ubiegłego wieku w teorii reprezentacji obrazów cyfrowych dominowała teoria falek. Pozwalała ona bowiem na wykrywanie lokalizacji oraz skali zmian w obrazie. Teoria ta była intensywnie rozwijana. Powstało wiele istotnych modyfikacji oraz uogólnień. W szczególności, na jej podstawie powstała grupa wielorozdzielczych metod geometrycznych reprezentacji obrazu, mająca powszechnie przyjęte oznaczenie jako „X-lets”. Wiadomo bowiem, iż najważniejszą informację o zawartości obrazu niosą krawędzie. Ponieważ są one postrzegane przez ludzkie oko jako obiekty geometryczne, naturalnym wydają się, że krawędzie te powinny być reprezentowane w sposób geometryczny.

Począwszy od roku 1999 aż do dziś teoria metod geometrycznych była i jest powszechnie rozwijana. Poświęcono jej wiele międzynarodowych konferencji, letnich szkół i warsztatów. Teorię tą można scharakteryzować, krótko, w następujący sposób. Dzieli się ona na dwie grupy — metody adaptacyjne i metody nieadaptacyjne. Te drugie po zaimplementowaniu działają zwykle dużo szybciej niż te pierwsze. Jednak to metody adaptacyjne, szczególnie te bazujące na słownikach, dają lepsze wyniki reprezentacji. Do metod adaptacyjnych zaliczamy: metody bazujące na słownikach — wedgelets (Donoho 1999), beamlets (Donoho & Huo 2000),

wedgelets drugiego rzędu (Lisowska 2005), platelets (Willet & Nowak 2003), surfllets (Chandrasekaran, Wakin, Baron & Baraniuk 2004), smoothlets [A2]; metody wykorzystujące bazy — bandelets (Pennec & Mallat 2005), grouplets (Mallat 2009), tetrolets (Krommweh 2009). Nieadaptacyjne metody bazują na takich rodzinach funkcji jak: brushlets (Meyer & Coifman 1997), ridgelets (Candès 1998), curvelets (Candès & Donoho 1999), contourlets (Do & Vetterli 2003), shearlets (Labate, Lim, Kutyniok & Weiss 2005).

Teoria geometrycznych metod adaptacyjnych została zapoczątkowana przez D. Donoho¹ w 1999 roku (Donoho 1999). W pracy tej, zaprezentowana została rodzina funkcji zwanych wedgelets. Funkcje te definiuje się w następujący sposób.

Rozważmy kwadratową dziedzinę $D = [0, 1] \times [0, 1]$. Następnie oznaczmy przez h funkcję określoną w obszarze dziedziny D jako *horyzont*, czyli dowolną gładką funkcję zdefiniowaną na przedziale $[0, 1]$. W praktycznych zastosowaniach przyjmuje się, że funkcja h jest klasy C^2 .

Rozważmy dalej następującą funkcję charakterystyczną

$$H(x, y) = \mathbf{1}_{\{y \leq h(x)\}}, \quad x, y \in [0, 1]. \quad (1)$$

Funkcja H jest zwana *funkcją z horyzontem* jeśli h jest *horyzontem*. Funkcja H modeluje czarno-biały obraz z horyzontem.

Dziedzina $D = [0, 1] \times [0, 1]$ może zostać zdyskretyzowana w następujący sposób. Załóżmy, że składa się ona z siatki $N \times N$ pikseli. Wtedy, na każdej krawędzi dowolnej poddziedziny $D(j_1, j_2, i)$, $j_1, j_2 \in \{0, \dots, 2^i - 1\}$, $i \in \{0, \dots, \log_2 N\}$, zadanej wzorem

$$D(j_1, j_2, i) = [j_1/2^i, (j_1 + 1)/2^i] \times [j_2/2^i, (j_2 + 1)/2^i], \quad (2)$$

można oznaczyć współrzędne odległe od siebie o $1/N$. Dowolne dwie współrzędne ustalonej poddziedziny mogą być połączone liniowym odcinkiem b zwanym *beamlet* (Donoho & Huo 2000).

Ostatecznie funkcje *wedgelet* definiuje się w następujący sposób (Donoho 1999):

$$W(x, y) = \mathbf{1}_{\{y \leq b(x)\}}, \quad x, y \in [0, 1]. \quad (3)$$

Słownik funkcji wedgelet definiowany jest jako zbiór wszystkich możliwych funkcji wedgelet dla wszystkich możliwych poddziedzin dziedziny D . Dowodzi się, że słownik funkcji wedgelet daje optymalną reprezentację obrazu w klasie obrazów z horyzontem (Donoho 1999). Wyniki te uogólnia się na obrazy w skali szarości oraz kolorowe. W stosunku do klasycznej teorii falek zauważmy, że funkcje wedgelet dostosowują się do lokalizacji, skali oraz kąta nachylenia krawędzi w obrazie.

Aproksymacja obrazu z wykorzystaniem słownika funkcji wedgelet przebiega dwuetapowo. W pierwszej kolejności oblicza się optymalne dopasowanie obrazu za pomocą funkcji wedgelet dla każdej poddziedziny dziedziny D . Parametry tego dopasowania zapisuje się na drzewie czwórkowym stowarzyszonym z podziałem czwórkowym. Następnie stosuje się algorytm obcinania drzewa bottom-up w celu uzyskania optymalnej reprezentacji obrazu dla zadanego parametru wagowego λ . Minimalizuje się tu bowiem problem uzyskania jak najlepszej reprezentacji obrazu (w sensie błędu średniokwadratowego) przy jak najmniejszej liczbie funkcji wedgelet (lub bitów, jeśli kompresujemy obraz) użytych do tej reprezentacji.

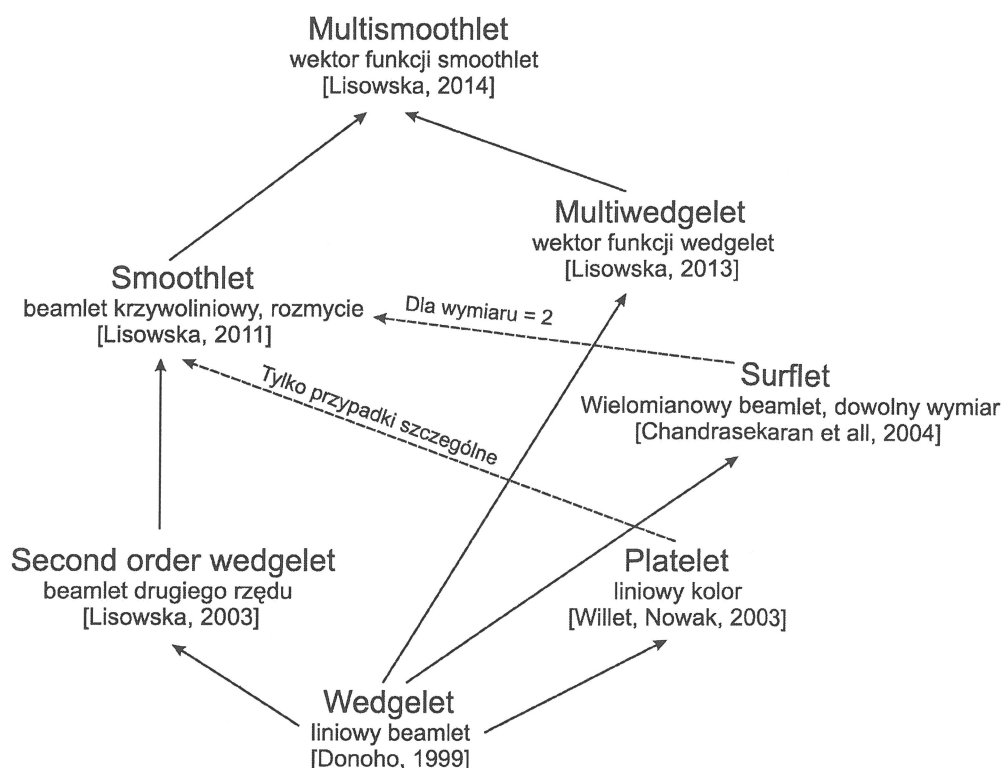
W mojej rozprawie doktorskiej (Lisowska 2005) przedstawione zostało uogólnienie funkcji wedgelet na przypadek, w którym krawędzie mogą być dowolnymi krzywymi eliptycznymi (mogą to być fragmenty paraboli, elipsy bądź hiperboli). Została im więc nadana nazwa funkcji *wedgelet drugiego rzędu*. Tak uogólnione funkcje były następnie zastosowane do kompresji

¹Za swoje osiągnięcia naukowe dotyczące, w szczególności, rzadkiej reprezentacji obrazu, David Donoho został uhonorowany w 2014 roku prestiżową nagrodą Shaw Prize wartą milion dolarów.

obrazów rzeczywistych. Ponadto, same funkcje wedgelet znajdują zastosowania w: kompresji obrazu (Chandrasekaran, Wakin, Baron & Baraniuk 2004; Huo, Chen & Donoho 2004; Lisowska 2007; Romberg, Wakin & Baraniuk 2003; Wakin, Romberg, Choi & Baraniuk 2002), odszumianiu (Demaret, Friedrich, Führ & Szygowski 2005; Lisowska 2008b; Lisowska 2009), wykrywaniu krawędzi (Donoho & Huo 2000; Lisowska 2008a; Willet & Nowak 2003) oraz wykrywaniu obiektów (Darkner, Larsen, Stegmann & Ersbøll 2004).

Moje zainteresowania zawodowe związane są z adaptacyjnymi metodami reprezentacji obrazu i stanowią kontynuację pracy zapoczątkowanej w doktoracie. Moje główne osiągnięcia w tej dziedzinie polegają na uogólnieniu teorii funkcji wedgelet na ciągłe funkcje smoothlet dostosowujące się, dodatkowo, do stopnia rozmycia krawędzi, oraz na uogólnieniu funkcji smoothlet na wektory tych funkcji, dostosowujące się do wielokrotności krawędzi występujących w obrazie. Tak uogólnione rezultaty zostały następnie wykorzystane do stworzenia szybkich algorytmów rzadkiej reprezentacji obrazu, a w konsekwencji do powstania efektywnych algorytmów kompresji, detekcji krawędzi oraz odszumiania.

Na rysunku 1 przedstawiono mój wkład w rodzinę metod adaptacyjnych na tle metod znanych z literatury. Funkcje wedgelet drugiego rzędu były tematem mojej rozprawy doktorskiej i nie podlegają ocenie, za wyjątkiem zastosowania funkcji beamlet drugiego rzędu do efektywnej kompresji obrazów krawędziowych. Wszystkie pozostałe metody (smoothlets, multiwedgelets oraz multismoothlets), wraz z metodami obliczania tych reprezentacji oraz ich zastosowania, określają mój wkład do habilitacji przedstawiony do oceny i zaprezentowany poniżej.



Rysunek 1: Schemat prezentujący geometryczne wielorozdzielcze metody adaptacyjne.

4.2 JCURVE — kompresja obrazów krawędziowych

W pracy [B1] zaprezentowano algorytm kompresji czarno-białych obrazów krawędziowych. Bazuje on na definicji beamleta drugiego rzędu, wprowadzonego w mojej rozprawie doktor-

skiej. Dla przypomnienia, beamlet drugiego rzędu definiowany jest jako uogólnienie beamleta na krzywe drugiego rzędu (w tym przypadku zastosowano parabole). Zaproponowany algorytm, nazwany JCURVE, bazuje na definicji algorytmu JBEAM (Donoho & Huo 2000). Różnica między tymi dwoma algorytmami polega na tym, iż zastosowano uogólnione beamlety w miejsce klasycznych prostych oraz zastosowano szereg drobnych usprawnień mających na celu efektywne kodowanie bitów. Algorytm JCURVE jest progresywnym wielorozdzielczym algorytmem kompresującym obrazy zarówno stratnie jak i bezstratnie. Jego złożoność obliczeniowa jest rzędu $O(N^2 \log_2 N)$ dla obrazu o rozmiarze $N \times N$ pikseli. Jest to najlepsza możliwa złożoność dla wielorozdzielczych algorytmów wykorzystujących drzewa czwórkowe do reprezentacji danych. Jak pokazano w artykule [B1], zaproponowana metoda zapewnia lepszą kompresję bezstratną czarno-białych obrazów krawędziowych niż uznane standardy takie jak JPEG2000, JBIG2 czy JBEAM. Przewaga JCURVE nad najlepszym z tych algorytmów jest rzędu kilkunastu procent. Nieco mniej spektakularne efekty uzyskuje się dla kompresji stratnej.

4.3 Szybka transformata wedgeletowa

Od czasu zdefiniowania słownika funkcji wedgelet (Donoho 1999) kluczowym problemem było stworzenie szybkiej metody wyznaczania reprezentacji obrazu z wykorzystaniem tego słownika. Powszechnie stosowaną metodą była metoda naiwna, przeszukująca cały słownik. Jej złożoność obliczeniowa jest jednak rzędu $O(N^4 \log_2 N)$, co wyklucza ją z praktycznych zastosowań. W pracy (Romberg, Wakin & Baraniuk 2002) zaproponowano więc metodę opartą na predykcji góra-dół o złożoności obliczeniowej rzędu $O(N^4)$. Ciekawszym jednak rozwiązaniem okazał się pomysł opisany w pracy (Friedrich, Demaret, Führ & Wicker 2007), o złożoności obliczeniowej rzędu $O(N^3)$ i bazujący na twierdzeniu Greena.

W pracy [A1] zaproponowano tzw. *szybką transformatę wedgeletową* (ang. Fast Wedgelet Transform). Jej złożoność obliczeniowa jest rzędu $O(N^2 \log_2 N)$. Jest to najmniejsza złożoność jaką można uzyskać dla słownika funkcji wedgelet. Dlatego też nadane jej zostało określenie *szybka*. Transformata ta bazuje na metodzie obliczania momentów zaprezentowanej w (Popovici & Withers 2006). Oznacza to, że parametry optymalnej funkcji wedgelet (czyli najlepiej reprezentującej dany fragment obrazu w sensie miary średniokwadratowej) dla zadanej poddziedziny obrazu są obliczane ze wzorów na momenty α , β , γ . Wtedy, wszystkie punkty (x, y) należące do wykresu funkcji b (czyli beamleta reprezentującego krawędź) spełniają następujące równanie

$$\alpha x + \beta y = \gamma.$$

Twierdzenie o momentach stosuje się jednak do matematycznego modelu krawędzi. W przypadku obrazu naturalnego F należy zastosować następujące wzory na obliczanie momentów, w których sztuczny model krawędzi zastępuje się rzeczywistym obrazem krawędzi (Popovici & Withers 2006):

$$\alpha = \iint_D AF \, dx dy, \quad \beta = \iint_D BF \, dx dy, \quad \gamma = \iint_D CF \, dx dy, \quad (4)$$

gdzie

$$A = \frac{\partial K}{\partial x}, \quad B = \frac{\partial K}{\partial y}, \quad C = \frac{\partial}{\partial x}(xK) + \frac{\partial}{\partial y}(yK) \quad (5)$$

oraz

$$K(x, y) = \begin{cases} (1 - x^2)(1 - y^2), & \text{dla } (x, y) \in [-1, 1]^2, \\ 0, & \text{w przeciwnym razie.} \end{cases} \quad (6)$$

Następnie, mając obliczone parametry beamleta, kolory h_1 i h_2 wedgeta wyznacza się ze wzorów, jak podano w pracy [A1]:

$$h_1 = \frac{\iint_D W' F \, dx dy}{\iint_D W' \, dx dy}, \quad h_2 = \frac{\iint_D W F \, dx dy}{\iint_D W \, dx dy}. \quad (7)$$

W teorii, dla sztucznie stworzonego modelu obrazu z horyzontem, otrzymujemy optymalne dopasowanie funkcji wedget do krawędzi obecnej na obrazie. Jednak dla rzeczywistych obrazów dopasowanie to jest jedynie zbliżone do optymalnego. W pracy [A1] zaproponowano zatem, dodatkowo, metodę znajdowania optymalnego dopasowania na bazie tego wyliczonego z momentów. Działa ono w ten sposób, że im więcej czasu przeznaczymy na obliczenia, tym dokładniejsze przybliżenie otrzymamy. Granicznie otrzymamy dopasowanie optymalne. Wynika to stąd, że sukcesywnie przeszukujemy coraz to dalsze sąsiedztwo dopasowania wyliczonego z momentów i znajdujemy najlepsze (w sensie miary średniokwadratowej) dopasowanie w ramach tego sąsiedztwa.

Wprowadzenie szybkiej transformaty wedgetowej stworzyło warunki do zastosowania rodziny funkcji wedget w aplikacjach działających w czasie rzeczywistym. Dla testowych obrazów o rozmiarze 256×256 pikseli szybka transformata wedgetowa działa w czasie poniżej jednej sekundy na procesorze Intel Pentium IV 3 GHz. Dla porównania, naiwna transformata wedgetowa oblicza się około 20 minut.

4.4 Filtrujący wedget

Większość geometrycznych adaptacyjnych wielorozdzielczych metod reprezentacji obrazu wykorzystuje drzewa czwórkowe jako strukturę danych. Jednak w niektórych zastosowaniach praktycznych taka reprezentacja nie jest efektywna. Jak wiadomo, podział czwórkowy wymusza czasem rozbicie jednej krawędzi obrazu na dwie dziedziny, prowadząc do nieefektywnej jej reprezentacji. Dobrym rozwiązaniem wydaje się więc być „uwolnienie” dziedzin z ram podziału czwórkowego. W tym celu w pracy [B2] wprowadzono pojęcie *filtrującego wedgeta* (ang. sliding wedgelet). Jest to skrzyżowanie pojęcia funkcji wedget z filtracją obrazu. Dziedzina funkcji wedget pełni bowiem rolę okna, które przesuwana się po dziedzinie obrazu z zadaniem krokiem w prawo i w dół. W jej obrębie każdorazowo obliczana jest optymalna funkcja wedget (na podstawie metody momentów opisanej w pracy [A1]). Obliczenia te wykonywane są dla dziedzin różnej wielkości. Tu również nie stosujemy ograniczeń wynikających z podziału czwórkowego. Wyniki takiej transformaty (inaczej mówiąc wielorozdzielczej filtracji) możemy zapisać w drzewie. Jednak jest to transformata nadmiarowa w stosunku do klasycznej transformaty wedgetowej. Wyklucza to więc zastosowanie tej teorii do efektywnej reprezentacji obrazu. Jest ona jednak skuteczna w zastosowaniach, np. do wykrywania krawędzi, co zaprezentowano w pracy [B2]. Na tle innych znanych geometrycznych metod wykrywania krawędzi zaproponowana metoda osiąga konkurencyjne wyniki. Dodatkowo, jej czas działania jest rzędu $O(N^2)$, a zatem liniowy względem liczby pikseli składających się na obraz.

4.5 Smoothlets

Jak dotychczas, w literaturze rozważano model obrazu z horyzontem. Metody, które proponowano, miały optymalnie reprezentować w sposób rzadki właśnie takie obrazy. Zauważmy jednak, że w praktyce krawędzie występujące na obrazach są często rozmyte w różnym stopniu. Dotychczas proponowane metody były czułe na zmianę lokalizacji, skali oraz kąta nachylenia

krawędzi, jednak nie na stopień rozmycia krawędzi. W pracy [A2] zaproponowano zatem ogólniejszy model obrazów z rozmytym horyzontem. Wprowadzono również nową klasę funkcji, nazwaną *smoothlets* opisaną poniżej.

Rozważmy gładką funkcję $b : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$. Przesunięcie b definiowane jest jako $b_r(x) = b(x) + r$, dla $r, x \in [0, 1]$. Na podstawie tych funkcji możemy zdefiniować *powierzchnię wyciąganą*, reprezentowaną przez następującą funkcję:

$$E_{(b,r)}(x, y) = \frac{1}{r}b_r(x) - \frac{1}{r}y, \quad x, y \in [0, 1], r \in (0, 1]. \quad (8)$$

Innymi słowy, funkcja ta reprezentuje powierzchnię otrzymaną jako ślad przesunięcia funkcji b w przestrzeni \mathbb{R}^3 . Równanie (8) można przedstawić w następujący sposób:

$$r \cdot E_{(b,r)}(x, y) = b_r(x) - y, \quad x, y \in [0, 1], r \in [0, 1]. \quad (9)$$

Zauważmy, że dla $r = 0$ otrzymujemy $b_r = b$ i $y = b(x)$. W takim przypadku powierzchnia wyciągana jest zdegenerowana do funkcji b .

Rozważmy funkcję $E_{(b,r)}$. Zdefiniujmy funkcję *smoothlet* w następujący sposób:

$$S_{(b,r)}(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{dla } y \leq b(x), \\ E_{(b,r)}(x, y), & \text{dla } b(x) < y \leq b_r(x), \\ 0, & \text{dla } y > b_r(x), \end{cases} \quad (10)$$

dla $x, y, r \in [0, 1]$.

Funkcje smoothlet dla różnych lokalizacji, skali, kąta nachylenia krawędzi oraz stopnia rozmycia tej krawędzi tworzą wielorozdzielczy słownik funkcji smoothlet. Transformata smoothletowa została zdefiniowana podobnie jak transformata wedgeletowa. Ponieważ mamy tu więcej stopni swobody (doszło bowiem rozmycie) jej czas działania jest nieco większy. Dodatkowo, w pracy [A2] zaproponowano algorytm kompresji obrazów z wykorzystaniem transformaty smoothletowej. Jak pokazano w pracy, algorytm ten daje lepsze wyniki kompresji niż JPEG2000 dla niskich średnich bitowych.

W pracy [A3] zaproponowano szybką wersję transformaty smoothletowej, opartą na momentach (podobnie jak w pracy [A1]). Jej czas działania jest rzędu $O(N^2 \log_2 N)$. Dodatkowo, zaproponowano metodę odsumiania obrazów z wykorzystaniem tejże transformaty. Otrzymane wyniki odsumiania obrazów porównano do innych znanych metod, takich jak klasyczne falki, funkcje curvelets, wedgelets oraz wedgelets drugiego rzędu. Jak wynika z eksperymentów zaprezentowanych w pracy, zaproponowana metoda daje konkurencyjne wyniki odsumiania na tle referencyjnych metod.

Na uwagę zasługuje fakt, że w klasie metod wielorozdzielczych, efektywność metod porównuje się nie tylko praktycznie, przytaczając wyniki eksperymentów, ale również teoretycznie. Ważnym czynnikiem określającym stopień rzadkości reprezentacji obrazu za pomocą danej metody, używanym w kompresji obrazu, jest tzw. parametr R-D (skrót z ang. Rate-Distortion), który określa ilość bitów (rate) użytą do zakodowania obrazu o zadanej jakości (distortion). Jest to zależność asymptotyczna. Dla klasycznych falek wynosi ona $D(R) = k_V \frac{\log R}{R}$, $k_V \in \mathbb{R}$ (Mallat 2008), dla funkcji wedgelet $D(R) = k_W \frac{\log R}{R^2}$, $k_W \in \mathbb{R}$ (Donoho 1999) oraz dla funkcji smoothlet $D(R) = k_S \frac{\log R}{R^3}$, $k_S \in \mathbb{R}$, co udowodniono w pracy [A2]. Jak widzimy, funkcje smoothlet zapewniają najlepszą (najrzadszą) reprezentację w swojej klasie obrazów (z horyzontem, a także z rozmytym horyzontem).

Drugim czynnikiem określającym stopień rzadkości reprezentacji obrazu za pomocą danej metody, używanym w przetwarzaniu obrazu, jest tzw. aproksymacja M-współczynniskowa

(ang. M-term approximation). Określa ona stopień zniekształcenia obrazu w zależności od ilości istotnych współczynników użytych do reprezentacji tego obrazu. Dla klasycznych falek wynosi ona $D \sim \mathcal{M}^{-1}$ (Mallat 2008), dla funkcji wedgelet $D \sim \mathcal{M}^{-2}$ (Donoho 1999) oraz dla funkcji smoothlet $D \sim \mathcal{M}^{-3}$, co udowodniono w pracy [A2]. Ponownie widzimy, że funkcje smoothlet zapewniają asymptotycznie najlepszą jakość reprezentacji. Dotyczy to zarówno klasy obrazów z horyzontem, jak i szerszej klasy — obrazów z rozmytym horyzontem.

4.6 Multiwedgelets

Dokonując dalszej analizy obrazów cyfrowych możemy dojść do wniosku, że krawędzie obecne na obrazie charakteryzują się nie tylko położeniem, skalą, kątem nachylenia oraz stopniem rozmycia ale również i wielokrotnością. Zauważmy, że w przypadku krawędzi wielokrotnych trzeba użyć wielu funkcji wedgelet aby optymalnie aproksymować obraz. W pracy [B3] wprowadzono zatem pojęcie *multiwedgelet*. Jest to wektor funkcji wedgelet przeznaczony do optymalnej reprezentacji multikrawędzi nie posiadających rozmycia.

Oznaczmy jako $B_{D(j_1, j_2, i)}$ zbiór wszystkich niezdegenerowanych beamletów (czyli nie leżących w całości na krawędzi dziedziny) zdefiniowanych na dziedzinie $D(j_1, j_2, i)$ dla dowolnych $j_1, j_2 \in \{0, \dots, 2^i - 1\}$, $i \in \mathbb{N}$. Rozważmy następnie wektor beamletów $\mathbf{b}_{j_1, j_2, i}^M = [b_{j_1, j_2, i}^1, \dots, b_{j_1, j_2, i}^M]$, $M \in \mathbb{N}$. Będziemy zwali wektor $\mathbf{b}_{j_1, j_2, i}^M$ *multibeamletem* jeśli dla wszystkich $k \in \{1, \dots, M\}$ $b_{j_1, j_2, i}^k \in B_{D(j_1, j_2, i)}$ dla ustalonych $j_1, j_2 \in \{0, \dots, 2^i - 1\}$, $i \in \mathbb{N}$.

Oznaczmy jako $W_{D(j_1, j_2, i)}$ zbiór wszystkich niezdegenerowanych funkcji wedgelet definioanych na dziedzinie $D(j_1, j_2, i)$ dla dowolnego $j_1, j_2 \in \{0, \dots, 2^i - 1\}$, $i \in \mathbb{N}$. Rozważmy następnie wektor funkcji wedgelet $\mathbf{W}_{j_1, j_2, i}^M = [W_{j_1, j_2, i}^1, \dots, W_{j_1, j_2, i}^M]$, $M \in \mathbb{N}$. Wektor $\mathbf{W}_{j_1, j_2, i}^M$ nazywamy *multiwedgeletem* jeśli dla wszystkich $k \in \{1, \dots, M\}$ $W_{j_1, j_2, i}^k \in W_{D(j_1, j_2, i)}$ dla ustalonych $j_1, j_2 \in \{0, \dots, 2^i - 1\}$, $i \in \mathbb{N}$.

Tu jednak powstaje pytanie: w jaki sposób wykorzystać wektory funkcji do reprezentacji pojedynczego obrazu? W pracy [B3] udzielono odpowiedzi na to pytanie, proponując dwa algorytmy wizualizacji multiwedgeleta. Jeden działa szybko ale daje przybliżone wyniki, drugi działa dużo wolniej lecz prowadzi do optymalnego wyniku. W obu przypadkach, w efekcie, otrzymujemy obraz z M zaznaczonymi krawędziami (mogącymi się przecinać) i optymalnie obliczonymi kolorami zawartymi pomiędzy nimi. Taka reprezentacja obrazu jest rzadka, jednak ze względu na dużą liczbę współczynników potrzebnych do zakodowania pojedynczego multiwedgeleta, nie nadaje się do kompresji obrazu. W pracy zaproponowano jednak zastosowanie multiwedgeletów do odsumiania. Metoda ta bazuje na algorytmie odsumiania za pomocą smoothletów, zaprezentowanym w pracy [A3].

4.7 Multismoothlets

W monografii [M] opisano szczegółowo wszystkie wyżej wymienione idee oraz wprowadzono dalsze ich uogólnienia. Rozważa się w niej klasę obrazów z rozmytym multihoryzontem. W tym celu, wprowadzono pojęcie *multismoothlet* — jest to wektor funkcji smoothlet. Słownik multismoothletów definiowany jest jako zbiór wektorów funkcji reprezentujących krawędzie dla różnych lokalizacji, skali, kąta nachylenia, stopnia rozmycia oraz wielokrotności krawędzi. Jak udowodniono w monografii, zarówno teoretycznie jak i potwierdzono eksperymentalnie, słownik ten zapewnia najlepszą reprezentację obrazu w klasie obrazów z rozmytym multihoryzontem.

Ponadto, w monografii zaproponowano dwa algorytmy wyznaczania multismoothleta dla zadanej poddziedziny obrazu. Jeden z nich charakteryzuje się szybkim czasem działania kosztem dokładności aproksymacji (bazuje na wizualizacji równoległej). Drugi natomiast pozwala

uzyskać aproksymację z zadaną dokładnością, jednak kosztem długiego czasu obliczeń (bazuje na wizualizacji szeregowej).

Następnie, w monografii zdefiniowano transformatę multismoothletową, bazującą na szybkiej transformacie wedgeletowej. Zauważmy jednak, że żadna z transformat dotychczas zaproponowanych w literaturze w dziedzinie wielorozdzielczych geometrycznych metod adaptacyjnych nie była niezmiennicza na przesunięcia. Oznacza to, że dla nieznacznie przesuniętego obrazu, otrzymamy zupełnie inny zbiór współczynników w wyniku transformaty. Jest to, niestety, wadą wszystkich transformat bazujących na podziale czwórkowym obrazu. W monografii zaproponowano zatem również *transformatę multismoothletową niezmienniczą na przesunięcia*. Pomysł tej transformaty opiera się na filtrujących multismoothletach (jest to uogólnienie teorii filtrujących wedgeletów zaproponowanych w pracy [B2]). Zauważmy, że jest to transformata nadmiarowa w stosunku do zwykłej transformaty multismoothletowej. Może być jednak zastosowana np. do wykrywania krawędzi, jak zaprezentowano w monografii.

W ramach praktycznych zastosowań teorii prezentowanej w monografii, zaproponowano również algorytmy przetwarzania obrazu. W części praktycznej monografii opisano algorytmy kompresji, odsumiania oraz wykrywania krawędzi. Wszystkie te algorytmy bazują na transformacie multismoothletowej oraz jej przypadkach szczególnych (transformacie multiwedgeletowej czy smoothletowej). Do wykrywania krawędzi zaproponowano, dodatkowo, zastosowanie transformaty multismoothletowej niezmienniczej na przesunięcia. Wszystkie wyniki przetwarzania obrazu z użyciem zaproponowanych metod porównano do odpowiednich standardów znanych z literatury. Jak pokazały wyniki eksperymentów, zaproponowane metody znacznie poprawiają wyniki uzyskiwane przez metody znane z literatury oraz uznane standardy przetwarzania obrazu.

4.8 Podsumowanie

Niektóre z zaprezentowanych powyżej idei wydają się być oczywiste z matematycznego punktu widzenia. Uogólnienia klas funkcji, czy uogólnienie funkcji na wektory funkcji, są najczęściej spotykanymi uogólnieniami w matematyce. Jednak z punktu widzenia informatyki, efektywne zastosowanie tak łatwo otrzymanych teorii nie jest już takie natychmiastowe. Nie wystarczy bowiem zaproponować algorytm, musi on działać skutecznie i charakteryzować się akceptowalną złożonością obliczeniową. Jak dotychczas, dużym wyzwaniem było stworzenie szybkiego algorytmu obliczania transformaty wedgeletowej. Jak się jednak okazało, zastosowanie metody momentów pozwoliło na pracę w czasie rzeczywistym.

Podsumowując, w swoich pracach poszerzyłam klasę obrazów z horyzontem, powszechnie analizowaną w literaturze, do klasy obrazów z rozmytym horyzontem, a następnie do klasy obrazów z rozmytym multihoryzontem. Zaproponowałam dedykowane metody rzadkiej reprezentacji obrazu dla obu tych klas. Udowodniłam teoretycznie oraz potwierdziłam eksperymentalnie, że metody te dają lepsze wyniki aproksymacji niż metody znane z literatury. Co więcej, metody te dają lepsze wyniki wręcz na szerszej klasie obrazów niż powszechnie dotychczas stosowana klasa obrazów z horyzontem.

Zaproponowane przeze mnie metody rzadkiej aproksymacji obrazów wykorzystałam do zaprojektowania wybranych algorytmów przetwarzania obrazów. Algorytm JCURVE stanowi najlepszą metodę kompresji czarno-białych obrazów krawędziowych, lepszą od uznanych standardów. Zaproponowana metoda wykrywania krawędzi wykorzystująca filtrujący multiwedgelet wydaje się być konkurencyjną metodą wśród geometrycznych metod wykrywania krawędzi znanych z literatury. Zaproponowana metoda odsumiania obrazu daje konkurencyjne wyniki dla wąskiej klasy obrazów charakteryzujących się rozmytością i brakiem szczegółowych tekstur.

Monografia [M] stanowi podsumowanie całej mojej dotychczasowej pracy naukowej opisanej powyżej. Przedstawiłam w niej wiele propozycji dalszej pracy oraz problemów otwartych. Sama też zamierzam kontynuować swoją pracę w tym kierunku.

5 Dodatkowe osiągnięcia

Poza moimi głównymi zainteresowaniami naukowymi prowadzę jeszcze badania wraz z profesorem dr hab inż. Wiesławem Kotarskim oraz dr Krzysztofem Gdawiec. Badania te dotyczą głównie wizualizacji metod iteracyjnych tworzących wzory o walorach estetycznych (fraktale, superfraktale, systemy dynamiczne, wielomianografy, biomorfy). Zbieżność iteracji, a w konsekwencji istnienie wzorów, wynika z twierdzenia Banacha o punkcie stałym. Zatem jako dodatkowe osiągnięcia przedkładam następujące prace (mój procentowy udział w tych pracach przedstawiam w nawiasach kwadratowych):

- [D1] Kotarski W., Lisowska A., „Fractal Rendering of 3D Shapes”, *Proceedings of IECON '06 Conference*, Paryż, Francja, pp. 3391-3396, 2006. [50%]
- [D2] Kotarski W., Lisowska A., „Fractal Solid Bodies”, *Computer Methods and Systems*, Kraków, pp. 323-328, 2007. [50%]
- [D3] Gdawiec K., Kotarski W., Lisowska A., „Fractal Rendering of Arbitrary Catmull-Clark Surfaces”, *Computer Methods and Systems*, Kraków, pp. 401-406, 2009. [15%]
- [D4] Gdawiec K., Kotarski W., Lisowska A., „Automatic Generation of Aesthetic Patterns with the Use of Dynamical Systems”, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Heidelberg, Vol. 6939, pp. 691-700, 2011. [25%]
- [D5] Kotarski W., Gdawiec K., Lisowska A., „Polynomiography via Ishikawa and Mann Iterations”, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Berlin, Heidelberg, Vol. 7431, pp. 305-313, 2012. [30%]
- [D6] Gdawiec K., Kotarski W., Lisowska A., „Polynomiography with Non-Standard Iterations”, *WSCG Poster Proceedings*, Union Agency, pp. 21-26, 2014. [30%]

Wszystkie wylistowane powyżej prace zostały omówione w kolejności wylistowania.

5.1 Fraktalne generowanie kształtów 3D

Problem fraktalnego generowania kształtu dla zadanego systemu funkcji iterowanych (ang. Iterated Function System, w skrócie IFS) jest problemem trywialnym (Barnsley 1993). Znacznie trudniej rozwiązać problem odwrotny, czyli znaleźć dla danego kształtu układ IFS. Jedynie dla przypadków szczególnych, korzystając z samopodobieństwa kształtu, można otrzymać układ IFS w dość prosty sposób. Opierając się na pracy (Goldman 2004), w której wskazano postać układu IFS do wygenerowania krzywej Béziera, w artykule [D1] zaproponowano algorytm fraktalnego generowania kształtu 3D złożonego z płatów Béziera. W pracy [D2] wyniki z artykułu [D1] rozszerzono na możliwość fraktalnego generowania objętości. Praca [D3] pokazuje możliwość fraktalnego generowania kształtów 3D modelowanych za pomocą płatów Catmulla-Clarka. Należy podkreślić, że fraktalne modelowanie obiektów jest niezależne od rozdzielczości oraz może posłużyć do wielorozdzielczego kodowania obiektów graficznych za pomocą współczynników układów IFS.

5.2 Modyfikacje generowania orbit systemów dynamicznych

Standardowo, orbity systemów dynamicznych powstają w wyniku iterowania pewnych funkcji z użyciem iteracji Picarda. Np. iterując znaną od lat 1980-tych ubiegłego wieku transformację Gumowskiego-Miry otrzymuje się, przy różnych wartościach parametrów, wyjątkowe formy przypominające organizmy tworzące plankton. W pracy [D4] zaproponowano: zastąpienie iteracji Picarda ogólniejszą iteracją Krasnosielskiego, proces losowego mieszania systemów dynamicznych oraz różne algorytmy kolorowania. Dzięki tym modyfikacjom istotnie poszerzono zbiór możliwych do wygenerowania wzorów graficznych, wśród których znajduje się wiele form o dużych walorach estetycznych. Wzory generowane przy użyciu systemów dynamicznych mogą znaleźć zastosowanie w grafice komputerowej do tworzenia tekstur. Mogą też inspirować projektantów przy tworzeniu wzorów użytkowych.

5.3 Modyfikacje algorytmu wielomianografowego

W roku 2002 Kalantari wprowadził pojęcie *wielomianografii* (ang. polynomiography), która przedstawia wizualizację procesu znajdowania pierwiastków wielomianów zespolonych przy użyciu np. metody Newtona lub jej uogólnień. Wielomianografia łączy w sobie matematykę i sztukę. W pracach [D5] i [D6] zaproponowano uogólnienie wielomianografii Kalantariego na różne rodzaje iteracji znane z literatury. W pracy [D5] użyto iteracji Manna i Ishikawy zamiast iteracji Picarda, a w pracy [D6] zastosowano najogólniejsze wieloparametrowe rodzaje iteracji (Karakaya, Suantai) oraz wykorzystano do kolorowania różne mapy kolorów. Dzięki temu została istotnie poszerzona klasa wzorów graficznych generowanych za pomocą wielomianografii Kalantariego.

Literatura

- [1] Barnsley M. (1993) *Fractals Everywhere*. Academic Press, Boston
- [2] Candès E. (1998) *Ridgelets: Theory and Applications*. PhD Thesis, Department of Statistics, Stanford University, Stanford, USA
- [3] Candès E., Donoho D.L. (1999) *Curvelets — A Surprisingly Effective Nonadaptive Representation for Objects with Edges*. in: *Curves and Surface Fitting*, Cohen A., Rabut C., and Schumaker L.L., Eds., Vanderbilt University Press, pp. 105-120
- [4] Chandrasekaran V., Wakin M.B., Baron D., Baraniuk R. (2004) *Surflets: A Sparse Representation for Multidimensional Functions Containing Smooth Discontinuities*. IEEE International Symposium on Information Theory, Chicago, USA
- [5] Darkner S., Larsen R., Stegmann M.B., Ersbøll B.K. (2004) *Wedgelet Enhanced Appearance Models*. Proceedings of the Computer Vision and Pattern Recognition Workshops, IEEE, pp. 177-184
- [6] Demaret L., Friedrich F., Führ H., Szygowski T. (2005) *Multiscale Wedgelet Denoising Algorithms*. Proceedings of SPIE, Wavelets XI, San Diego, 5914, 1-12
- [7] Do M.N., Vetterli M. (2003) *Contourlets*. in: *Beyond Wavelets*, Stoeckler J., Welland G.V., Eds., Academic Press, San Diego, pp. 83-105
- [8] Donoho D.L. (1999) *Wedgelets: Nearly-Minimax Estimation of Edges*. *Annals of Statistics*, 27, 859-897

- [9] Donoho D.L., Huo X. (2000) Beamlet Pyramids: A New Form of Multiresolution Analysis, Suited for Extracting Lines, Curves and Objects from Very Noisy Image Data. Proceedings of SPIE, Vol. 4119
- [10] Friedrich F., Demaret L., Führ H., Wicker K. (2007) Efficient Moment Computation over Polygonal Domains with an Application to Rapid Wedgelet Approximation. SIAM Journal on Scientific Computing, 29(2), 842-863
- [11] Goldman R. (2004) The Fractal Nature of Bézier Curves. Proceedings of the Geometric Modeling and Processing, Beijing, China, pp. 3-11
- [12] Huo X., Chen J., Donoho D.L. (2004) JBEAM: Coding Lines and Curves via Digital Beamlets. IEEE Proceedings of the Data Compression Conference, Snowbird, USA
- [13] Kalantari B. (2002) Polynomiography: A new intersection between mathematics and art. Technical Report DCS-TR-506, Department of Computers Science, Rutgers University, New Brunswick, NJ, USA
- [14] Krommweh J. (2009) Image Approximation by Adaptive Tetrolet Transform. International Conference on Sampling Theory and Applications, Marseille, France
- [15] Labate D., Lim W., Kutyniok G., Weiss G. (2005) Sparse Multidimensional Representation Using Shearlets. Proceedings of the SPIE, 5914, 254-262
- [16] Lisowska A. (2005) Geometrical Wavelets and their Generalizations in Digital Image Coding and Processing. Rozprawa doktorska, Uniwersytet Śląski
- [17] Lisowska A. (2007) Second Order Wedgelets in Image Coding. Proceedings of EUROCON '07 Conference, Warsaw, Poland, pp. 237-244
- [18] Lisowska A. (2008a) Geometrical Multiscale Noise Resistant Method of Edge Detection. Lecture Notes in Computer Science, Springer, 5112, 182-191
- [19] Lisowska A. (2008b) Image Denoising with Second Order Wedgelets. International Journal of Signal and Imaging Systems Engineering, 1(2), 90-98
- [20] Lisowska A. (2009) Efficient Denoising of Images with Smooth Geometry. Lecture Notes in Computer Science, Springer, Heidelberg, 5575, 617-625
- [21] Mallat S. (2008) A Wavelet Tour of Signal Processing: The Sparse Way. Academic Press, USA
- [22] Mallat S. (2009) Geometrical Grouplets. Applied and Computational Harmonic Analysis, 26(2), 161-180
- [23] Meyer F.G., Coifman R.R. (1997) Brushlets: A Tool for Directional Image Analysis and Image Compression. Applied and Computational Harmonic Analysis, 4, 147-187
- [24] Pennec E., Mallat S. (2005) Sparse Geometric Image Representations with Bandelets. IEEE Transactions on Image Processing, 14(4), 423-438
- [25] Popovici I., Withers W.D. (2006) Custom-Built Moments for Edge Location. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 28(4), 637-642

- [26] Romberg J., Wakin M., Baraniuk R. (2002) Multiscale Wedgelet Image Analysis: Fast Decompositions and Modeling. IEEE International Conference on Image Processing, 3, 585-588
- [27] Romberg J., Wakin M., Baraniuk R. (2003) Approximation and Compression of Piecewise Smooth Images Using a Wavelet/Wedgelet Geometric Model. IEEE International Conference on Image Processing, 1, 49-52
- [28] Wakin M., Romberg J., Choi H., Baraniuk R. (2002) Rate-Distortion Optimized Image Compression Using Wedgelets. IEEE International Conference on Image Processing, 3, 237-24
- [29] Willet R.M., Nowak R.D. (2003) Platelets: A Multiscale Approach for Recovering Edges and Surfaces in Photon Limited Medical Imaging. IEEE Transactions on Medical Imaging, 22, 332-350

Lisowski